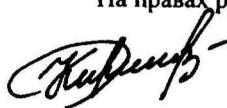


0-790731

На правах рукописи



**КИРИЛЛОВ ДАНИЛ АЛЕКСЕЕВИЧ**

**ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ДЕГАЗАЦИИ БУТИЛОВОГО  
КАУЧУКА В АППАРАТАХ С ПЕРЕМЕШИВАЮЩИМИ  
УСТРОЙСТВАМИ**

Специальность 05.17.08 – Процессы и аппараты химических технологий

**Автореферат**

**диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук**

Казань – 2011

Работа выполнена на кафедре процессов и аппаратов химической технологии Казанского национального исследовательского технологического университета

Научный руководитель:

доктор технических наук, доцент  
Елизаров Виталий Викторович

Официальные оппоненты:

доктор технических наук, профессор  
Барабаш Вадим Маркусович

кандидат технических наук, доцент  
Дмитриев Андрей Владимирович

Ведущая организация:

ОАО "Нижнек"

НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА КГУ



0000680323

Защита состоится 9 декабря 2011 года в 14 часов на заседании диссертационного совета Д 212.080.06 в Казанском национальном исследовательском технологическом университете по адресу: 420111, г. Казань, ул. К. Маркса, 68, зал заседаний Ученого совета (А-330).

Отзыв на автореферат в двух экземплярах, заверенных гербовой печатью, просим направлять по адресу: 420015, г. Казань, ул. К. Маркса, 68, Казанский национальный исследовательский технологический университет, ученому секретарю диссертационного совета Д 212.080.06.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке Казанского национального исследовательского технологического университета.

Электронный вариант автореферата размещен на официальном сайте Казанского национального исследовательского технологического университета ([www.kstu.ru](http://www.kstu.ru)).

Автореферат разослан

2 ноября

2011 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета Д 212.080.06  
доктор технических наук, профессор

С.И. Поникаров

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Перемешивание в жидких средах широко применяется в промышленности для интенсификации массообменных процессов. Это связано с простотой реализации процессов кристаллизации, растворения твердых веществ, выщелачивания, экстракции, абсорбции, химических реакций в аппаратах с мешалками. В большинстве технологических процессов применяются аппараты для перемешивания жидких сред, содержащих твердые частицы, особое место здесь занимают аппараты дегазации. Основная задача дегазаторов в производствах каучуков состоит в максимальном извлечении углеводородов, не вступивших в реакцию, растворителя из пор и поверхности частиц – крошки каучука.

Для увеличения интенсивности перемешивания и массообмена широко распространена установка отражательных перегородок по периметру аппарата. Данный способ не всегда положительно сказывается на процессах, протекающих с твердыми частицами, плотность которых меньше плотности сплошной среды, склонных к налипанию и коагуляции, особенно в аппаратах дегазации крошки каучука. С увеличением числа оборотов перемешивающего устройства действие центробежных сил вызывает скапливание таких частиц на валу аппарата. Наличие внутренних конструкций кольцевых камер суспендирования, отражательных перегородок, расположенных по периметру устройства, подавляет кинетическую энергию частиц, и в результате разности плотностей сплошной фазы и легких частиц меняется траектория их движения, они постоянно стремятся всплыть на поверхность. При высоких температурах крошка каучука слипается в крупные комки, в безводной части прилипает к стенке и на вал аппарата, увеличивая нагрузку на валу, возникает угроза выхода из строя двигателя. При этом сокращается поверхность контакта фаз, снижается производительность установки. Для повышения производительности аппарата актуальной задачей является оптимизация процесса дегазации способом реконструкции перемешивающих и внутренних устройств дегазатора, обеспечивающих однородное распределение крошки каучука в объеме сплошной фазы и выбор оптимальных технологических и конструктивных параметров аппарата. Работа выполнена в рамках использования гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых МД-552.211.8 (договор №16.120.11.552-МД от 18.02.2011).

**Цель работы:** Разработка перемешивающих и внутренних устройств аппарата, обеспечивающих однородное распределение крошки каучука в объеме водной среды. Разработка методов оптимизации технологических параметров процесса дегазации с целью повышения производительности аппарата.

### **Задачи исследования.**

1. Разработка и экспериментальное исследование оптимальных конструкций перемешивающих устройств аппарата для достижения однородного распределения крошки каучука в объеме сплошной фазы.
2. Разработка математической модели растворения хлористого метила с поверхности крошки в процессе дегазации бутилового каучука в зависимости от концентрации и размеров крошки, гидродинамических, технологических и конструктивных параметров аппарата.
3. Разработка метода и алгоритма оптимизации конструктивных и технологических параметров промышленных аппаратов с мешалкой, обеспечивающих их максимальную производительность в процессах растворения мелкой дисперсной фазы.

**Методы исследования.** Создана экспериментальная установка для исследования конструкций перемешивающих устройств и гидродинамических характеристик процесса перемешивания; методы математического моделирования и оптимизации процесса массопереноса в пограничном слое на элементах дисперсной фазы и сплошной среды.

**Научная новизна работы.**

1. Разработаны новые конструкции перемешивающих устройств и способ размещения перегородок внутри аппарата, создающие равномерное распределение крошки каучука в водной среде.

2. На основе концепции псевдоламинарного пограничного слоя на поверхности частицы предлагается математическая модель кинетики растворения по диффузионному механизму в аппаратах с перемешиванием жидкой фазы.

3. Разработан метод и алгоритм оптимизации технологических и конструктивных параметров промышленных аппаратов дегазации.

**Достоверность результатов работы.**

Достоверность полученных результатов подтверждается данными экспериментальных лабораторных исследований и промышленного эксперимента, применением законов сохранения импульса и массы.

**Практическая ценность.** Предложены новые конструкции аппаратов для перемешивания дисперсной фазы, плотность которой ниже сплошной. Разработанный метод оптимизации позволяет определить оптимальные конструктивные и технологические параметры промышленных аппаратов с мешалкой, обеспечивающие их максимальную производительность и предлагается при оптимизации широкого класса процессов массопереноса при перемешивании дисперсной фазы, плотность которой меньше плотности сплошной.

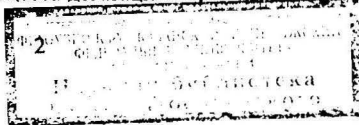
**Апробация работы.** Основные результаты работы обсуждались на международных конференциях: "Математические методы в химии и химической технологии XXI" (май 2008 г., г. Саратов, Саратовский государственный технический университет (СГТУ)), в материалах всероссийской научно-практической конференции «Инновации и высокие технологии XXI века» (апрель 2009 г., г. Нижнекамск, Нижнекамский химико-технологический институт (филиал) КГТУ), на научной сессии Казанского государственного технологического университета 2011 г.

**Публикация результатов работы.** По теме диссертации опубликовано 6 печатных работ. Среди них 4 статьи в журналах из перечня ВАК, 2 – в материалах конференций, защищены патентами РФ три новых конструкции дегазаторов.

**Структура и объем работы.** Работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложений. Основной текст работы изложен на 171 страницах машинописного текста, содержит 95 рисунков, 3 таблицы, количество страниц фотоматериала экспериментального исследования изложено на 45 страницах приложения. Список использованных источников включает 155 наименований.

## **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

В первой главе приводится анализ технологических способов дегазации крошки каучука, способов и конструкций крошкообразователей, рассматривается аппаратное оформление и характерные проблемы для данного процесса. Крошка каучука обладает меньшей плотностью в сравнении с сплошной средой, водой, по этой причине она неравномерно распределена в объеме аппарата, всплывает на поверхность воды. Максимальное извлечение углеводородов с поверхности крошки каучука составляет главную задачу процесса дегазации. Приводится принципиальная



схема, материальные потоки, характеристика и описание оборудования процесса дегазации бутилового каучука на ОАО «Нижекамскнефтехим». Формулируется задача исследования.

Во второй главе представлена экспериментальная установка для исследования гидродинамики в аппарате с перемешиванием геометрически подобного промышленному. Определены условия и методика проведения эксперимента.

Эксперимент проводился в два этапа. На первом этапе на установке с трехфазным двигателем, подключенным к частотному преобразователю, изучалась гидродинамика процесса перемешивания в системе вода – крошка каучука в аппарате с различными стандартными двух и трехъярусными конструкциями перемешивающих устройств (более 12 типов), концентрация крошки 3%, 5%, 7%, 9% мас., при различных частотах вращения мешалки. Результаты экспериментального исследования моделей мешалок, геометрически подобных стандартным конструкциям (рис.2 2), и с отражательными перегородками, расположенными по периметру аппарата, показали неудовлетворительное распределение крошки каучука в рабочем объеме, жидкой фазе. Основная масса крошки вовлечена в первичную циркуляцию, на уровне верхнего яруса. С увеличением числа оборотов мешалки наблюдается осевое скапливание крошки каучука на валу (рис.2 верхний ряд 20 об/мин, нижний 60 об/мин). Для достижения однородного распределения крошки каучука в объеме жидкости предложено три варианта конструкции перемешивающих устройств, представленные на рисунке 1: 1– двухъярусная кольцевая модель 1009-3014, 3– двухъярусная широколопастная модель 1009-3012, 4– двухъярусная кольцевая с разрезами модель 1009-3020, с установленными отражательными перегородками на дне аппарата.

В общем виде устройство дегазатора (рис. 1 2) представляет собой цилиндрический аппарат, который включает (5) двигатель, (6) редуктор, (7) уплотнение торцевое, (8) выход паров углеводорода, (9) крышка, (3) вал, (10) крошкообразователь, (11) вход воды, (12) отражательные перегородки, (13) днище, (14) подпятник вала, (15) выход продукта. Полимер из полимеризатора подается в крошкообразователь (10), где под воздействием острого пара диспергирует на мелкие частицы крошки каучука размером 3–5 мм. Из-за конструктивных особенностей, диаметр первой мешалки значительно меньше диаметра аппарата, жидкость, отбрасываемая центробежной силой, создает незначительное давление в зоне Б. В этой области с учетом того, что число оборотов мешалки поддерживается в диапазоне от 50–90 об/мин, крошка свободно перемешивается. Дальнейшее увеличение числа оборотов вызывает скапливание крошки на валу. Лопастни нижней мешалки своей передней кромкой врезаются в толщу перемешиваемой жидкой среды и, за счет рабочей поверхности каждой лопасти, жидкость начинает смещаться от верхней к нижней кромке. Это смещение жидкости от всех лопастей суммируется и направляется вдоль оси вращения (3). В зоне В наблюдается интенсивное осевое движение направленное ко дну аппарата. Постоянно нагоняемый поток воды в данной зоне, увлекает за собой крошку. На дне аппарата установлены отражательные перегородки (11), чтобы уменьшить первичную и увеличить вторичную циркуляцию.

Предлагаемые устройства двухъярусных механических мешалок позволяют увеличить объем перемешиваемой вдоль оси вращения твердой фазы за счет увеличения скорости осевого потока. Крошка каучука перемешивается во всем объеме аппарата.

На втором этапе установка снабжалась однофазным электродвигателем, основными задачами исследования является регистрация вольтамперной характеристики, потребляемой мощности различными конструкциями

перемешивающих устройств, при различных оборотах в аппарате с переменной концентрацией мелкодисперсных частиц, взвешенных в турбулентном потоке жидкости, воды.

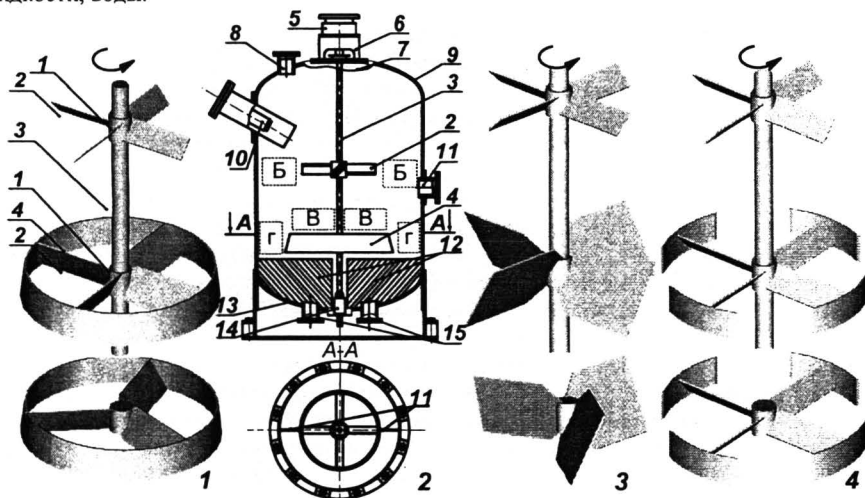


Рис. 1. Предлагаемые конструкции дегазаторов с отражательными перегородками на дне аппарата, верхний ярус стандартная модель 1009  $D/d=2.4$ ,  $\alpha=45$ ,  $b=0.2d_M$ ,  $Z_{II}=4$ , нижний ярус: а- кольцевая модель 3014  $D/d=1.8$ ,  $\alpha=60$ ,  $b=0.2d_M$ ,  $Z_{II}=4$ ; б- широколопастная модель 3012  $D/d=1.8$ ,  $\alpha=60$ ,  $b=0.3d_M$ ,  $Z_{II}=4$ ; в- кольцевая с разрезами модель 3020  $D/d=1.8$ ,  $\alpha=60$ ,  $b=0.2d_M$ ,  $Z_{II}=4$ .



Рис. 2. Распределение крошки в двухъярусных моделях с отражательными перегородками на дне: верхний ярус стандартная модель 1009  $D/d=2.4$ ,  $\alpha=45$ ,  $b=0.2d_M$ ,  $Z_{II}=4$ , нижний ярус слева направо: кольцевая модель 3014  $D/d=1.8$ ,  $\alpha=60$ ,  $b=0.2d_M$ ,  $Z_{II}=4$ ,  $h/d=1$ ; стандартная модель 1009  $D/d=2.4$ ,  $\alpha=45$ ,  $b=0.2d_M$ ,  $Z_{II}=4$  без перегородок; широколопастная модель 3012  $D/d=1.8$ ,  $\alpha=60$ ,  $b=0.3d_M$ ,  $Z_{II}=4$ ,  $h/d=0.75$ ; кольцевая с разрезами 3020  $D/d=1.8$ ,  $\alpha=60$ ,  $b=0.2d_M$ ,  $Z_{II}=4$ ,  $h/d=0.75$ .

Для двухъярусной стандартной мешалки (модель 1009-1009) при 60 оборотов в минуту в 1 кг. перемешиваемой пульпы с концентрацией крошки каучука 5% диссипирует 0.5 Ватт, а для трехъярусной при заданном расстоянии между ярусами 0.65 Ватт энергии. Для модели 1009-3014 переходит в тепловую энергию 0.8 Ватт, наличие на дне аппарата дополнительных отражательных перегородок увеличивает эту величину до 0.9 Ватт. Приблизительно одинаковые значения показали конструкции с широколопастной мешалкой (модель 1009-3012) и кольцевая с разрезами по периметру (модель 1009-3020) 0.95 Ватт в установке с отражательными перегородками на дне.

Суммарная погрешность измерений различных участков измерительной схемы не превышает 5%, среднеквадратичное отклонение результирующей погрешности  $\alpha_{\Sigma} = 1.5\%$ .

**В третьей главе** рассматриваются гидродинамические характеристики процесса перемешивания мелкодисперсной твердой фазы.

Концентрация крошки каучука в промышленных аппаратах мала ( $<10\%$ мас.), поэтому для определения скорости растворения частиц, их размеров достаточно рассмотреть перенос вещества через пограничный слой на поверхности.

Приводятся уравнения переноса импульса и массы в псевдоламинарном пограничном слое в стационарном режиме:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2 c}{\partial y^2}, \quad (1)$$

$$\text{где: } u = \frac{\tilde{u}}{u_{\infty}}, \quad v = \frac{\tilde{v}}{u_{\infty}}, \quad x = \frac{\tilde{x}}{l}, \quad y = \frac{\tilde{y}}{l}, \quad \delta = \frac{\tilde{\delta}}{l}, \quad Re = \frac{u_{\infty} l}{\nu}, \quad Pe = \frac{u_{\infty} l}{D}, \quad c = \frac{(c_{TP} - \tilde{c})}{(c_{TP} - c_{\infty})}, \quad (2)$$

$c_{TP}$ ,  $c_{\infty}$  – концентрация хлористого метила на поверхности крошки каучука и в ядре потока,  $u_{\infty}$  – скорость обтекания частицы;  $l$  – линейный размер крошки каучука.

Граничные условия к уравнениям (1): при  $y=0$ ,  $u=v=0$ ,  $c=0$ ; при  $y=\delta$ ,  $\partial u / \partial y = Tu^2 Re$ ,  $\partial c / \partial y = 0$ ; при  $x=0$ ,  $c=c_{\infty}$ ,  $u=u_{\infty}$ .

$$u_{\infty} = \left( \frac{Ar}{18 + 0.614 Pr^{0.5}} \right) \frac{\nu}{d_j}, \quad Ar = \frac{d_c^3 g (\rho_{ж} - \rho_{гв})}{\nu^2 \rho_{гв}}, \quad Tu = \frac{\nu}{u_{\infty}} = \frac{1}{u_{\infty}} \left( \frac{2\varepsilon \nu}{15} \right)^{1/4}, \quad \varepsilon = \frac{K_N \rho_{ж} n^3 d_M^5}{V} \quad (4)$$

где  $K_N$ ,  $n$ ,  $d_M$  – критерий мощности, число оборотов, диаметр перемешивающего устройства;  $Tu$  – интенсивность турбулентных пульсаций;  $\varepsilon$  – скорость диссипации кинетической энергии;  $\nu$  – пульсационная составляющая скорости.

Решение уравнений (1) с граничными условиями (2) методом последовательных приближений во втором приближении дает значения:

$$u^{(2)} = \frac{4}{3} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{3} \frac{y^4}{\delta^4} + \frac{Tu^2 Re}{3} \left( \frac{y^4}{\delta^3} - y \right), \quad v^{(2)} = -\frac{16}{3} \frac{1}{Re} \frac{y^2}{\delta^3} + \frac{16}{3} Tu^2 \frac{y^2}{\delta^2} - \frac{32}{15} \frac{1}{Re} \frac{y^5}{\delta^6} - \frac{56}{15} Tu^2 \frac{y^5}{\delta^5} + \frac{8}{5} Tu^4 Re \frac{y^5}{\delta^4},$$

$$c^{(2)} = P \left( \frac{1}{12} Tu^2 Re \frac{\delta}{\delta^2} Sc^{\frac{1}{2}} y^4 - \frac{1}{12} Re \frac{(\delta^2)^2}{\delta} Sc^{\frac{1}{2}} y^4 + \frac{1}{1008} Re \frac{(\delta^2)^2}{\delta^2} y^7 \right) - P \left( \frac{1}{18 \delta^3} Sc^{\frac{1}{2}} y^4 + \frac{4}{525 \delta^6} Sc^{\frac{1}{2}} y^7 - \frac{Tu^2 Re \delta}{210 \delta^2} Sc^{\frac{1}{2}} y^7 \right) + C_1 y + C_2$$

$$\delta^{(2)} = 4x^{\beta 5} / Re^{\beta 5} - 8Tu^2 x; \quad \delta_d = \delta Sc^{-1/3}, \quad \beta = D / \delta_d, \quad (5)$$

где  $C_1, C_2$  – константы интегрирования найдем из граничных условий (3),  $\delta_d$  – толщина диффузионного пограничного слоя,  $D$  – коэффициент молекулярной диффузии. Используя второе приближение пограничного слоя  $\delta^{(2)}(x)$ , найдем

коэффициент массоотдачи:

$$\bar{\beta} = \frac{D}{4lTuSc^{-1/4}} \ln(1 - 2Re^{0.7}Tu^{0.5}) \quad (6).$$

На рис. 3 приведены графики зависимости толщины  $\delta$  в первых трех приближениях при различных значениях  $Re$  и  $Tu=0.2$ . Максимальное отклонение  $\delta^{(1)}$  от  $\delta^{(2)}$  составляет 70%, а  $\delta^{(2)}$  от  $\delta^{(3)}$  8%. Толщина пограничного слоя, формируемая на мелкодисперсной фазе, в турбулентном потоке соизмерима с размерами частицы в аппарате при  $Re < 10$ . Коэффициент массоотдачи имеет переменную величину по длине частицы, максимальное значение принимает в зоне лобовой части обтекания частицы (рис. 4), где  $x = \tilde{x}/l$ .

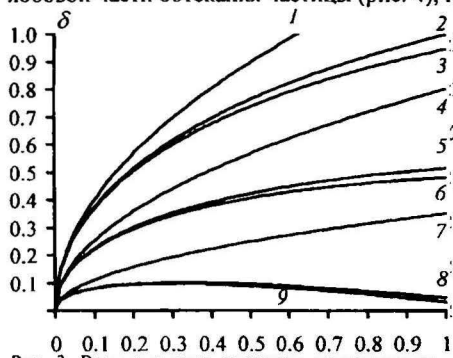


Рис. 3. Распределение толщины пограничного слоя по длине частицы при  $Tu=0.2$  и различных числах  $Re$ :  $Re=10$  1- $\delta^{(1)}$ , 2- $\delta^{(2)}$ , 3- $\delta^{(3)}$ ;  $Re=25$ : 4- $\delta^{(1)}$ , 5- $\delta^{(2)}$ , 6- $\delta^{(3)}$ ;  $Re=130$ : 7- $\delta^{(1)}$ ; 8- $\delta^{(2)}$ ; 9- $\delta^{(3)}$ .

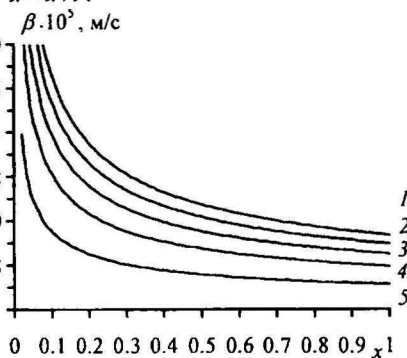


Рис. 4. Распределение коэффициента массоотдачи по длине частицы при  $Tu=0.05$  и различных  $Re$ : 1- $Re=90$ ; 2- $Re=70$ ; 3- $Re=50$ ; 4- $Re=30$ ; 5- $Re=10$ .

Вычислительный эксперимент по гидродинамике твердой фазы в объеме сплошной фазы проводился с помощью пакета FLUENT 6.2. Использовалась многофазная модель Eulerian и решались уравнения непрерывности и уравнения переноса импульса Навье-Стокса для каждой фазы. Определены трехмерные поля скоростей для различных конструкций дегазаторов. Для получения достоверных данных по распределению частиц в объеме аппарата необходимо учитывать влияние турбулентных пульсаций на перенос частиц. Для разности потенциалов  $d_p/\lambda < 0.2$ , корреляция Shiller и Naumann является достаточной, в остальных случаях необходимо применять измененный закон, предложенный итальянскими учеными Magelli F., Brucato A., Pinelli D.:

$$\frac{U_t}{U_i} = 0.4 \left[ \tanh\left(16 \frac{\lambda}{d_p} - 1\right) \right] + 0.6; \lambda = \left(\frac{\nu}{\varepsilon}\right)^{1/4}; C_{Dr} = C_{D,l} \left\{ 0.4 \left[ \tanh\left(16 \frac{\lambda}{d_p} - 1\right) \right] + 0.6 \right\}^{-2}; C_D = \begin{cases} 24(1+0.15Re^{0.687})/Re & (6) \\ 0.44 & \end{cases}$$

где  $U_t, U_i$  – скорость обтекания частицы в турбулентном и ламинарном режимах;  $C_{D,l}, C_{D,r}$  – коэффициент сопротивления частицы обтекаемой в ламинарном и турбулентном режимах;  $\lambda$  – коэффициент Колмогорова,  $\varepsilon$  определяли из эксперимента.

Результаты численного моделирования по распределению крошки в объеме аппарата удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными для различных перемешивающих устройств, полученных фотовидео съемкой.



В четвертой главе получены уравнения нестационарного псевдоламинарного пограничного слоя, предложены методы их решения, формулируется и рассматривается задача оптимизации процесса дегазации крошки каучука.

Уравнения движения и переноса массы в нестационарном пограничном слое, толщина которого соизмерима с размерами частицы ( $\delta \approx l$ ), на элементах мелкодисперсной твердой фазы, когда инерционные силы малы, имеют вид:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad \frac{\partial c}{\partial \tau} = D \left( \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right). \quad (7)$$

В процессе растворения размер частицы уменьшается со скоростью:  $dy/d\tau = \omega$ . Введя подвижную систему координат  $\bar{\eta}$ ,  $\bar{\xi}$ :  $\bar{\eta} = y + \omega\tau$ ,  $\bar{\xi} = x$ , и используя безразмерные переменные:  $u = \bar{u}/u_\infty$ ,  $c = (c_{TP} - \bar{c})/(c_{TP} - c_\infty)$ ,  $\eta = \bar{\eta}/\delta$ ,  $\xi = \bar{\xi}/l$ , где  $\delta$  – толщина динамического пограничного слоя, перейдем к двухмерной стационарной задаче с параметром  $\omega$  в виде:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} + \frac{\delta^2}{l^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} = Re_\omega \frac{\partial u}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial^2 c}{\partial \eta^2} + \frac{\delta_d^2}{l^2} \frac{\partial^2 c}{\partial \xi^2} = Pe_\omega \frac{\partial c}{\partial \eta}, \quad (8)$$

где  $Re_\omega = \omega\delta/\nu$ ;  $Pe_\omega = \omega\delta_d/D$ ;  $\delta$ ,  $\delta_d$  – толщины динамического и диффузионного слоев. Поток импульса на внешней границе пограничного слоя:  $Re_\delta = u_\infty\delta/\nu$ ,

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \eta} \right|_{\eta=1} = \left( \frac{\nu'}{u_\infty} \right)^2 \frac{u_\infty \delta}{\nu} = Tu^2 Re_\delta.$$

Граничные условия для уравнений (8): при  $\eta = 0$ :  $u = 0$ ,  $c = 0$ ; при  $\xi = 0$ :  $u = u(0, \eta)$ ,  $c = c(0, \eta)$ ; при  $\xi = 1$ :  $\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{\partial c}{\partial \xi} = 0$ ; при  $\eta = 1$ :  $\frac{\partial c}{\partial \eta} = 0$ ,  $\frac{\partial u}{\partial \eta} = Tu^2 Re_\delta$ , (9)

Решение уравнения переноса импульса в пограничном слое на поверхности частицы, удовлетворяя граничным условиям (9), представляется в виде:

$$u = \frac{1}{2\pi} Tu^2 Re_\delta \sin 2\pi\eta + \sum_{k=1}^{\infty} u_k(\xi) \sin \frac{k\pi}{2} \eta, \quad (10)$$

где  $k = 1, 3, 5, \dots, 2n+1, \dots$ ;  $n = 0, 1, 2, \dots$ ;  $u_k(\xi)$  – неизвестные функции от  $\xi$ . Подставляя решение (10) в уравнение (8), умножая его на  $\sin \frac{m\pi}{2} \eta$ , где  $m = 1, 3, 5, \dots, 2n+1, \dots$ ; и интегрируя по  $\eta$  от 0 до 1, придем к системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно  $u_k(\xi)$ ,  $k = 1, 3, 5, \dots, 2n+1, \dots$ ; при этом имея ввиду:

$$\int_0^1 \cos 2\pi\eta \sin \frac{m\pi}{2} \eta d\eta = \frac{1}{2\pi} \frac{m}{(m/2)^2 - 4}, \quad \int_0^1 \sin \frac{k\pi}{2} \eta \sin \frac{m\pi}{2} \eta d\eta = \begin{cases} 0 & \text{при } m \neq k \\ 1/2 & \text{при } m = k, \end{cases} \quad (11)$$

$$\int_0^1 \sin 2\pi\eta \sin \frac{m\pi}{2} \eta d\eta = -\frac{2}{\pi} \sin \frac{m\pi}{2} \frac{1}{4 - (m/2)^2}, \quad \int_0^1 \cos \frac{k\pi}{2} \eta \sin \frac{m\pi}{2} \eta d\eta = \frac{2}{\pi} \frac{1}{(m+k) \times (-1)^{\frac{m+k+2}{2}}}.$$

$$u_k''(\xi) = \frac{l^2}{\delta^2} u_k''(\xi) \left( \frac{m\pi}{2} \right)^2 - \frac{l^2}{\delta^2} \frac{8Tu^2 Re_\delta \sin \frac{m\pi}{2}}{4 - (m/2)^2} + \frac{2Tu^2 Re_\delta \sin \frac{m\pi}{2}}{\pi^2 (4 - (m/2)^2)} + \frac{l^2}{\delta^2} \frac{Tu^2 Re_\delta Re_\omega m}{(m/2)^2 - 4} + 2Re_\omega \frac{l^2}{\delta^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{u_k(\xi)}{m+k \times (-1)^{\frac{m+k+2}{2}}} \quad (12)$$

здесь  $u_k'' = \frac{d^2 u_k}{d\xi^2}$ ,  $Re_\delta^* = \frac{u_\infty \delta^*}{\nu}$ ,  $\delta^* = \frac{d^2 \delta}{d\xi^2}$ . При  $\xi = 0$ , где  $\delta \rightarrow 0$ , величина  $Re_\delta \approx 0$ , уравнение движения удовлетворяет условиям решения Кармана–Польгаузена

$u = 1.5\eta - 0.5\eta^3$ . Используя это выражение в (10) и выполняя преобразования аналогичные приведенным выше, получим граничные условия для уравнения (12):

$$\text{при } \xi = 1 \quad \frac{du_m}{d\xi} = \frac{2Tu^2 Re'_s \sin \frac{m\pi}{2}}{\pi^2 (4 - (m/2)^2)}; \text{ при } \xi = 0 \quad u_m = \frac{96}{\pi^4 m^4} (-1)^{\frac{m+3}{2}} \quad m = 1, 3, 5, \dots, 2n+1, \dots; \quad (13)$$

Систему уравнений (12) с граничными условиями (13) решаем методом последовательных приближений.

Зависимость толщины пограничного слоя от  $\xi$  принимается в виде степенной функции  $\delta(\xi) = a\xi^b$ . Записывая решение (10) при  $\eta = 1$ ,  $m = 1, 3, 5, \dots, 2n+1, \dots$ ;

$u(\xi, \eta) = \sum_{m=1}^{\infty} u_m(\xi) \sin \frac{m\pi}{2} \eta = 1$ , минимизация интегральной невязки  $\int_0^1 \left| 1 - \sum_{m=1}^{\infty} u_m(\xi) \sin \frac{m\pi}{2} \right| d\xi \rightarrow \min$ , позволяет найти параметры  $a$ ,  $b$ .

$$\text{Решение уравнений переноса массы (8) представим в виде: } c = \sum_{k=1}^{\infty} c_k(\xi) \sin \frac{k\pi}{2} \eta, \quad (14)$$

где  $k = 1, 3, 5, \dots, 2n+1, \dots$ ;  $c_k(\xi)$  – неизвестные функции от  $\xi$ , удовлетворяющие граничным условиям (9). Подставляя разложение (14) в (8), умножая его на  $\sin \frac{m\pi}{2} \eta$  и интегрируя по  $\eta$  от 0 до 1, с учетом (11), получим:

$$c_m''(\xi) = \frac{l^2}{\delta_d^2} \left( \frac{m\pi}{2} \right)^2 c_m(\xi) + \frac{2l^2}{\delta_d^2} P_{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} c_k(\xi) \frac{k}{m+k} \frac{(-1)^{\frac{m+k+2}{2}}}{2}, \text{ где } m = 1, 3, 5, \dots, 2n+1, \dots; c_m''(\xi) = \frac{d^2 c_m(\xi)}{d\xi^2} \quad (15)$$

$$\text{Граничные условия: при } \xi = 1 : \frac{dc_m}{d\xi} = 0; \text{ при } \xi = 0 : c_m(0) = \frac{96}{\pi^4 m^4} (-1)^{\frac{m+3}{2}}. \quad (16)$$

Система уравнений (15) с граничными условиями (16) решается методом последовательных приближений. Толщина диффузионного слоя определяется по толщине динамического:  $\delta_d(\xi) = \delta(\xi) Sc^{1/3}$ ,  $Sc = \nu/D$  – число Шмидта.

Проведенные расчеты скорости и концентрации в области пограничного слоя показали, что решение уравнений (12), (15) в виде суммы трех членов ряда ( $k = 1, 3, 5$ ) в разложениях (10) и (14) с точностью до 1% повторяет решение представленное суммой двух членов ряда ( $k = 1, 3$ ). Для практических расчетов предлагается решение уравнений (8) в виде:

$u(\xi, \eta) = \frac{1}{2\pi} Tu^2 Re_s \sin 2\pi\eta + u_1(\xi) \sin \frac{\pi}{2} \eta + u_3(\xi) \sin \frac{3\pi}{2} \eta$ ,  $c(\xi, \eta) = c_1(\xi) \sin \frac{\pi}{2} \eta + c_3(\xi) \sin \frac{3\pi}{2} \eta$ , неизвестные функции  $u_1(\xi)$ ,  $u_3(\xi)$ ,  $c_1(\xi)$ ,  $c_3(\xi)$  находятся из уравнений (12) и (15).

Коэффициент массоотдачи  $\beta$  находится по формуле

$$\beta = \left[ D \frac{\partial c}{\partial y} \right]_{y=0} / (\bar{c}_{\Gamma\Gamma} - \bar{c}_{\infty}), \text{ с учетом разложения } c(\xi, \eta):$$

$$\beta(\xi) = \frac{D \frac{\partial}{\partial y} \left[ \sum_{k=1}^{\infty} c_k(\xi) \sin \left( \frac{k\pi y}{2\delta_d} \right) (c_{\Gamma\Gamma} - c_{\infty}) - c_{\infty} \right]_{y=0}}{c_{\Gamma\Gamma} - c_{\infty}} = D \frac{\pi}{2\delta_d} \sum_{k=1}^{\infty} k c_k(\xi), \quad k = 1, 3, 5, \dots, 2n+1, \dots; \quad (17)$$

где  $D$  – коэффициент молекулярной диффузии.

Среднее значение коэффициента массоотдачи  $\bar{\beta}$  определяется как среднесинтегральное по поверхности частицы: 
$$\bar{\beta} = \int_0^1 \beta(\xi) d\xi. \quad (18)$$

$$\text{Размер частицы в момент времени } \tau: l = l_{кр} - \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{\varphi_F}{3\varphi_V \rho_d} \bar{\beta} (\bar{c}_{гp} - \bar{c}_{\infty}) dt. \quad (19)$$

где  $\varphi_F$  и  $\varphi_V$  – поверхностный и объемный коэффициенты формы сферической частицы  $\varphi_F = \pi$ ,  $\varphi_V = \pi/6$ ;  $\rho_d$  – плотность дисперсной системы каучука с хлористым метилом  $CH_3CL$  в порах;  $l_{кр}$ ,  $l$  – линейный размер в начальный и в момент времени  $\tau$ ;  $\bar{c}_{гp}$ ,  $\bar{c}_{\infty}$  – концентрация вещества на поверхности частицы и в растворе.

Среднюю плотность  $\rho_d$  определяем как:  $1/\rho_d = X/\rho_{г CH_3CL} + (1-X)/\rho_{кр}$ , где  $\rho_{г CH_3CL}$  – плотность газообразного хлористого метила  $CH_3CL$ ;  $\rho_{кр}$  – плотность крошки;  $X$  – концентрация хлористого метила.

Концентрация раствора в аппарате с мешалкой  $c_{\infty}$  в условиях полного перемешивания, определяется по модели идеального смешения с источником массы:

$$\frac{dc_{\infty}}{d\tau} + \frac{c_0 - c_{\infty}}{\tau_n} = \frac{\beta F}{V} (c_{гp} - c_{\infty}), \quad (20)$$

где  $\tau$  – время;  $V$  – объем жидкой фазы в аппарате;  $\beta$  – среднее значение коэффициента массоотдачи;  $F$  – поверхность твердых частиц в растворе;  $\tau_n = V/\mathcal{Q}$  – время пребывания вещества в аппарате;  $\mathcal{Q}$  – расход жидкости;  $c_0$  – концентрация раствора на входе в аппарат;  $c_{гp}$  – концентрация на поверхности частицы. Решение принимает вид:

$$c_{\infty} = \left[ c_H + \frac{(\beta F/V) c_{гp} + c_0 / \tau_n}{\beta F/V + 1/\tau_n} \left( e^{\left( \frac{\beta F/V + 1/\tau_n}{V} \right) \tau} - 1 \right) \right] e^{\left( \frac{\beta F/V + 1/\tau_n}{V} \right) \tau}, \quad (21)$$

где  $c_H$  – начальная концентрация раствора при  $\tau = 0$ .

Для промышленной установки из уравнений материального баланса определяется количество образовавшихся в крошкообразователе частиц  $m = M/m_0$ , где  $M$  – масса крошки, поступающей из крошкообразователя (или полимеризат);  $m_0$  – средняя масса частицы (находится путем взвешивания). Поверхность твердых частиц  $F$  в растворе определяется при известных значениях среднего размера  $l$  частицы и их количества  $m$  в растворе  $F = f_0 \cdot m$ , где  $f_0$  – площадь поверхности одной частицы, определяется как поверхность условного шара  $f_0 = \pi d_e^2$ , где  $d_e$  – эквивалентный диаметр частицы произвольной формы:  $d_e = 1.24 \sqrt{m_0/\rho}$ .

На рис.5. приведены зависимости толщины пограничного слоя  $\delta$  от продольной координаты  $\xi$  для различных значений скорости  $u_{\infty}$ . Толщина слоя значительно возрастает с уменьшением  $u_{\infty}$ . На рис. 6. даны аналогичные зависимости  $\delta(\xi)$  при

различных значениях параметра  $Tu$ . Параметр  $Tu$  сильнее влияет на толщину  $\delta(\xi)$  чем скорость  $u_\infty$ . С уменьшением  $Tu$  толщина слоя  $\delta(\xi)$  увеличивается. На рис. 7. приведены зависимости толщины пограничного слоя от диаметра частицы и параметра  $Tu$ . Среднее значение толщины слоя определяли как:  $\bar{\delta} = \int_0^1 \delta(\xi) d\xi$ .

Согласно результатам расчета при увеличении диаметра частицы толщина пограничного слоя увеличивается.

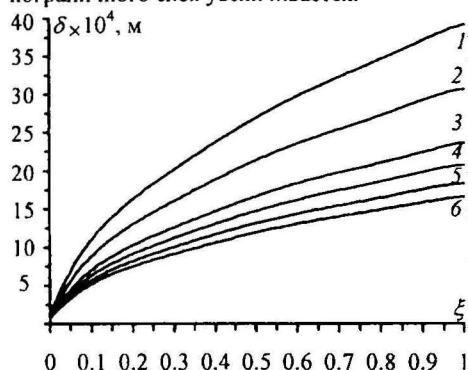


Рис. 5. Зависимость толщины динамического пограничного слоя от скорости обтекания  $u_\infty$  м/с,  $Tu=0.05$ ,  $l=0.003$  м; 1- $u_\infty=0.005$ ; 2- $u_\infty=0.01$ ; 3- $u_\infty=0.02$ ; 4- $u_\infty=0.03$ ; 5- $u_\infty=0.04$ ; 6- $u_\infty=0.05$ .

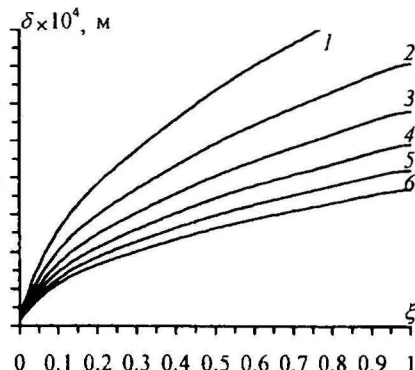


Рис. 6. Зависимость толщины динамического пограничного слоя от интенсивности турбулентных пульсаций  $Tu$ ,  $u_\infty=0.005$  м/с,  $l=0.003$  м; 1- $Tu=0.04$ ; 2- $Tu=0.06$ ; 3- $Tu=0.08$ ; 4- $Tu=0.1$ ; 5- $Tu=0.12$ ; 6- $Tu=0.14$ .

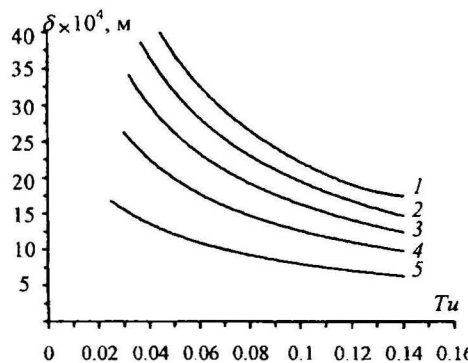


Рис. 7. Зависимость толщины динамического пограничного слоя от размеров крошки: 1- $l=0.005$  м; 2- $l=0.004$  м; 3- $l=0.003$  м; 4- $l=0.002$  м; 5- $l=0.001$  м.

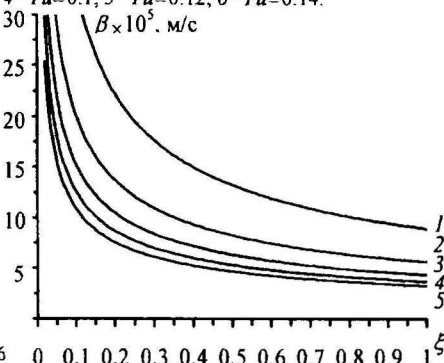


Рис. 8. Распределение  $\beta$  по длине частицы в зависимости от скорости обтекания  $u_\infty$ ,  $Tu=0.05$ ,  $l=0.003$  м; 1- $u_\infty=0.05$  м/с; 2- $u_\infty=0.04$  м/с; 3- $u_\infty=0.03$  м/с; 4- $u_\infty=0.02$  м/с; 5- $u_\infty=0.01$  м/с;

Полученные выражения локальных характеристик гидродинамики и массопереноса используются для расчета количества отведенного хлористого метила из аппарата. Сначала решались уравнения переноса импульса и определялась  $\delta(\xi)$ , далее принимая  $\bar{\delta}_2(\xi) = \bar{\delta}(\xi) Sc^{-1/3}$ , решались уравнения переноса массы в пограничном слое и определялись функции  $c_k(\xi)$ , которые входят в уравнение (17).

Результаты расчетов коэффициентов массоотдачи приведены на рисунках 8 – 10. На рис. 8. показана связь  $\beta$  со скоростью  $u_\infty$  обтекания.

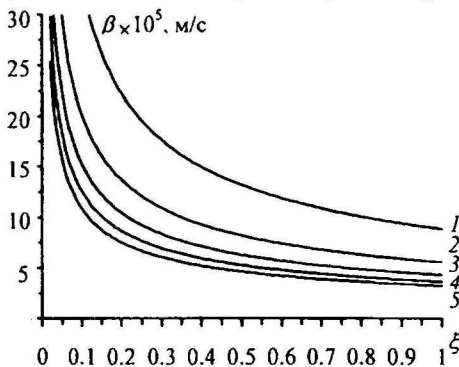


Рис. 9. Распределение коэффициента массоотдачи по длине частицы в зависимости от размеров крошки каучука  $u_0 = 0.005$  м/с,  $Tu = 0.06$ : 1 –  $l = 0.005$  м; 2 –  $l = 0.004$  м; 3 –  $l = 0.003$  м; 4 –  $l = 0.002$  м; 5 –  $l = 0.001$  м.

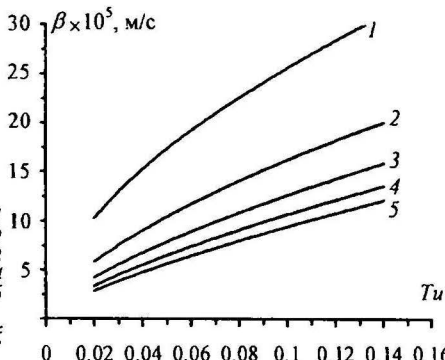


Рис. 10. Зависимость коэффициента массоотдачи от интенсивности турбулентных пульсаций при различном диаметре крошки каучука: 1 –  $l = 0.001$  м; 2 –  $l = 0.002$  м; 3 –  $l = 0.003$  м; 4 –  $l = 0.004$  м; 5 –  $l = 0.005$  м.

На рис. 9 показана зависимость  $\beta(\xi)$  для различных диаметров частиц при  $\nu = 0.413 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с,  $Tu = 0.06$  и  $u_\infty = 0.005$  м/с. Коэффициент массоотдачи  $\beta(\xi)$  имеет по длине частицы переменные значения, наибольшее значение которое принимает при малых  $\xi$ , в лобовой области обтекания. Сравнивая влияние интенсивности турбулентных пульсаций и размеров крошки каучука на толщину пограничного слоя, на коэффициент массоотдачи, наибольшее влияние оказывает размер крошки каучука. Из рисунка 10 следует, что коэффициент массоотдачи возрастает при увеличении параметра  $Tu$ , с увеличением диаметра частиц наоборот уменьшается.

**Постановка задачи оптимизации.** В качестве проектируемых параметров аппаратов с перемешивающими устройствами в процессах растворения обычно принимают диаметр и высоту аппарата, определяющие объем жидкости  $V$ , диаметр  $d_M$  и тип мешалки  $K_N$ , число оборотов  $n$ , начальный размер  $d_0$  частиц и их концентрация  $\psi$  в объеме жидкости, время пребывания в аппарате  $\tau_n$ , расход растворителя  $\nu$ , количество получаемого продукта  $M$ . Производительность аппарата определяется потоком вещества через пограничный слой на поверхности

частиц в ядро турбулентной жидкости:

$$J = \int_0^1 D \frac{\partial c}{\partial \eta} \bigg|_{\eta=0} d\xi, \quad (22)$$

где  $c(\xi, \eta)$  – концентрация вещества в области пограничного слоя;  $D$  – коэффициент молекулярной диффузии;  $\xi, \eta$  – продольная и поперечная координаты пограничного слоя,  $\eta = 0$  – значение  $\eta$  на поверхности частицы.

Мощность на валу двигателя мешалки, затрачиваемая на перемешивание, расходуется, пренебрегая межмолекулярным трением в жидкости, на сопротивление трения на поверхности частиц:

$$N = m f_0 \rho \int_0^1 \nu \frac{\partial u}{\partial \eta} \bigg|_{\eta=0} d\xi, \quad (23)$$

где  $m$  – количество частиц в объеме жидкой фазы  $V$ ;  $f_0$  – поверхность частицы;  $\nu, \rho$  – коэффициент кинематической вязкости и плотность жидкости;  $u(\xi, \eta)$  – распределение скорости жидкости в области пограничного слоя.

Требуется найти значение вектора проектируемых параметров  $\theta = (K_N, n, d_M, f_0, m_0, \tau_n, V) \in \theta_0$ , при котором поток вещества через пограничный слой максимален при заданной мощности  $N = N_0$  на валу двигателя мешалки. Математическая формулировка задачи записывается следующим образом: для процесса, описываемого уравнениями (8), (9), (12), (13), (15), (16) необходимо определить значение вектора  $\theta \in \theta_0$ , обеспечивающего максимум функционалу (22) при изопериметрической связи (23).

**Вывод основных соотношений.** Для решения вариационной задачи на условный экстремум функционала применяется метод множителей Лагранжа. Вводятся множители Лагранжа  $\lambda_i(\xi, \eta)$   $i = 1, 2, \dots, 6$ ,  $\lambda_0 = \text{const}$  и дополнительные

$$\text{соотношения: } \tau_n - \frac{\partial u}{\partial \eta} = 0; \quad q_n - \frac{\partial c}{\partial \eta} = 0; \quad \tau_\xi - \frac{\partial u}{\partial \xi} = 0; \quad q_\xi - \frac{\partial c}{\partial \xi} = 0. \quad (24)$$

На основе уравнений переноса импульса и массы (8), функционала (22), изопериметрической связи (23) и соотношений (24) составляется вспомогательный функционал:

$$\begin{aligned} J^* = & \int_0^1 \left[ Dq_n + \lambda_0 \nu \tau_n \right]_{\eta=0} d\xi + \int_0^1 \int_0^1 \left[ \lambda_1(\xi, \eta) \left( \frac{\partial \tau_n}{\partial \eta} + \frac{\bar{\delta}^2}{l^2} \frac{\partial \tau_\xi}{\partial \xi} - Re_w \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + \lambda_2(\xi, \eta) \left( \frac{\partial q_n}{\partial \eta} + \frac{\bar{\delta}^2}{l^2} Sc^{1/3} \frac{\partial q_\xi}{\partial \xi} - Re_w Sc^{2/3} \frac{\partial c}{\partial \eta} \right) \right. \\ & \left. + \lambda_3(\xi, \eta) \left( \tau_n - \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + \lambda_4(\xi, \eta) \left( q_n - \frac{\partial c}{\partial \eta} \right) + \lambda_5(\xi, \eta) \left( \tau_\xi - \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) + \lambda_6(\xi, \eta) \left( q_\xi - \frac{\partial c}{\partial \xi} \right) \right] d\eta d\xi. \quad (25) \end{aligned}$$

Первая вариация функционала и необходимое условие его экстремума  $\delta J^* = 0$ :

$$\begin{aligned} \delta J^* = & \int_0^1 \left[ D\delta q_n + \lambda_0 \nu \delta \tau_n \right]_{\eta=0} d\xi + \int_0^1 \int_0^1 \left[ \lambda_1 \frac{\partial \delta \tau_n}{\partial \eta} + \lambda_1 \frac{\bar{\delta}^2}{l^2} \frac{\partial \delta \tau_\xi}{\partial \xi} + \lambda_1 \frac{2\bar{\delta}}{l^2} \frac{\partial \tau_\xi}{\partial \xi} \Delta \bar{\delta} - \lambda_1 \frac{\partial u}{\partial \eta} \delta Re_w - \lambda_1 Re_w \frac{\partial \delta u}{\partial \eta} + \right. \\ & + \lambda_2 \frac{\partial \delta q_n}{\partial \eta} + \lambda_2 \frac{2\bar{\delta}}{l^2} Sc^{1/3} \frac{\partial \delta q_\xi}{\partial \xi} \Delta \bar{\delta} + \lambda_2 \frac{\bar{\delta}^2}{l^2} Sc^{1/3} \frac{\partial \delta q_\xi}{\partial \xi} - \lambda_2 Sc^{2/3} \frac{\partial c}{\partial \eta} \delta Re_w - \lambda_2 Re_w Sc^{2/3} \frac{\partial \delta c}{\partial \eta} + \\ & \left. + \left( \lambda_3 \delta \tau_n - \lambda_3 \frac{\partial \delta u}{\partial \eta} \right) + \left( \lambda_4 \delta q_n - \lambda_4 \frac{\partial \delta c}{\partial \eta} \right) + \left( \lambda_5 \delta \tau_\xi - \lambda_5 \frac{\partial \delta u}{\partial \xi} \right) + \left( \lambda_6 \delta q_\xi - \lambda_6 \frac{\partial \delta c}{\partial \xi} \right) \right] d\eta d\xi = 0, \quad (26) \end{aligned}$$

здесь  $\Delta \bar{\delta}$  – вариация толщины динамического слоя.

Выполняя интегрирование по частям в вариации  $\delta J^*$ , подбираются множители Лагранжа так, чтобы коэффициенты при вариациях  $\delta u$ ,  $\delta c$ ,  $\Delta \bar{\delta}$ ,  $\delta Re_w$  в подинтегральном выражении по области пограничного слоя обратились в нуль, в итоге находится система уравнений для определения множителей Лагранжа:

$$\frac{\partial^2 \lambda_1}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left( \lambda_1 \frac{\bar{\delta}^2}{l^2} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\lambda_1 Re_w) = 0, \quad (27)$$

$$\frac{\partial^2 \lambda_2}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left( \lambda_2 \frac{\bar{\delta}^2}{l^2} Sc^{1/3} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\lambda_2 Re_w Sc^{2/3}) = 0, \quad (28)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \lambda_2 Sc^{-1/3} \frac{\partial^2 c}{\partial \xi^2} = 0, \quad (29)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial u}{\partial \eta} + \lambda_2 Sc^{2/3} \frac{\partial c}{\partial \eta} = 0. \quad (30)$$

На линиях  $\eta = 0$ ,  $\xi = 0$  функции  $\tau$ ,  $q$ , и при  $\eta = 1$ ,  $\xi = 1$  функции  $u$ ,  $c$  не заданы, их вариации  $\delta\tau$ ,  $\delta q$ ,  $\delta u$ ,  $\delta c$  – произвольны. Приравнявая нулю коэффициенты при вариациях этих функций получаются граничные условия для множителей Лагранжа:

$$\text{при } \eta = 0, \lambda_1 = \lambda_0 v, \lambda_2 = D, \quad (31)$$

$$\text{при } \eta = 1, \partial\lambda_1/\partial\eta = 0, \partial\lambda_2/\partial\eta = 0 \quad (32)$$

$$\text{при } \xi = 0, \lambda_1 = 0, \lambda_2 = 0, \quad (33)$$

$$\text{при } \xi = 1, \partial\lambda_1/\partial\xi = \partial\lambda_2/\partial\xi = 0. \quad (34)$$

Решение уравнения Эйлера–Лагранжа (27), (28) будем искать в виде разложения по ортогональным функциям, удовлетворяя граничным условиям (31) – (34):

$$\lambda_1(\xi, \eta) = \lambda_0 v \cos 2\pi\eta + \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_{1k}(\xi) \sin \frac{k\pi}{2} \eta, \lambda_2(\xi, \eta) = D \cos 2\pi\eta + \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_{2k}(\xi) \sin \frac{k\pi}{2} \eta, \quad k=1,3,5,\dots \quad (35)$$

Определение функций  $\lambda_{1k}(\xi)$   $k=1,3,5,\dots$ : подставляя разложение (35) в уравнение (27), умножая полученное уравнение на  $\sin(m\pi\eta/2)$   $m=1,3,5,\dots$  и интегрируя его по  $\eta$  от 0 до 1, учитывая (11), в результате проведенных преобразований перейдем к системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно  $\lambda_{1m}(\xi)$ , где  $m=1,3,5,\dots$   $k=m$ :

$$\frac{d^2 \lambda_{1m}}{d\xi^2} = \frac{2l^2}{\delta^2} \left( \frac{\lambda_0 v}{\left(\frac{m}{2}\right)^2 - 4} \right) \left( 2\pi m \frac{\bar{\delta} m}{\pi l^2} \delta + 4R_{eq} \sin \frac{m\pi}{2} \right) + \frac{2l^2}{\delta^2} \lambda_{1m}(\xi) \left( \frac{m^2 \pi^2}{8} \frac{\bar{\delta}}{l^2} \delta - mR_{eq} \frac{1}{\left(m+k(-1)^{\frac{m+k+2}{2}}\right)} \right) \quad (36)$$

$$\text{С граничными условиями: при } \xi=0, \lambda_{1m} = \frac{\lambda_0 v}{\pi} \frac{m}{(m/2)^2 - 4}; \text{ при } \xi=1 \frac{d\lambda_{1m}}{d\xi} = 0 \quad (37)$$

Интеграл уравнений (36) содержит постоянные интегрирования  $C_{1m}$  и  $C_{2m}$ , которые находятся из граничных условий (37):

$$\lambda_{1m}(\xi) = \int_0^\xi \int_0^{\xi'} \frac{2l^2}{\delta(\xi')^2} \left( \frac{\lambda_0 v}{\left(\frac{m}{2}\right)^2 - 4} \right) \left( \left( 2\pi m \frac{\bar{\delta}(\xi') m}{\pi l^2} \delta(\xi') + 4R_{eq} \sin \frac{m\pi}{2} \right) + \lambda_{1m}(\xi') \left( \frac{m^2 \pi^2}{8} \frac{\bar{\delta}(\xi')}{l^2} \delta(\xi') - mR_{eq} \frac{1}{2m} \right) \right) d\xi' d\xi + C_{1m} \xi + C_{2m}$$

$\theta, z$  – переменные интегрирования.

Удовлетворяя изопериметрическому условию, находится  $\lambda_0$ . Записывая уравнение (35) на границе пограничного слоя при  $\eta=1$ , получим уравнение для определения вектора проектируемых параметров:

$$v \frac{\pi D \rho Sc^{2/3}}{2} \frac{mf_0}{N} \int_0^1 \sum_{k=1}^{\infty} kc_k(\xi) d\xi - \int_0^1 \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_{1k}(\xi) \sin \frac{k\pi}{2} d\xi = 0. \quad (38)$$

**Порядок расчета оптимальных параметров аппарата.** Оптимальные значения вектора проектируемых параметров  $N = K_N \rho n^3 d_m^5$ ,  $m$ ,  $f_0 = \pi \omega d_e^2$ , концентрация твердой фазы  $\psi = \pi m d_e^2 \rho_{kp} / 6V \rho_{ж}$  в объеме жидкости удовлетворяют уравнению (38), изопериметрическому условию (23) и доставляют экстремум функционалу (22). Для расчета оптимальных параметров выбирается из допустимой области любая совокупность параметров, например, для заданного типа мешалки: число оборотов  $n$ , начальный размер частиц  $d_e = l$ , их концентрация  $\psi$  и время пребывания в объеме жидкости  $V$ . По заданным значениям выбранных параметров аппарата в конкретный момент времени  $t \in \tau_n$  проводится решение уравнений переноса импульса и массы (8), находится решение сопряженных уравнений (12), (15) в виде разложений (10), (14). Значения функций  $c_m(\xi)$ ,  $\lambda_m(\xi)$ ,  $m = 1, 3, 5, \dots$  и заданные величины параметров аппарата необходимо подставить в уравнение (38). Если это равенство выполняется в каждый момент времени  $t \in \tau_n$ , то заданные параметры аппарата оптимальны. Их значения обеспечивают максимум функционалу (22) и удовлетворяют изопериметрическому условию (23). В противном случае необходимо выбрать следующее приближение проектируемых параметров путем минимизации левой части уравнения (38) и повторить расчет по изложенному алгоритму. Если в некоторый момент времени  $\tau$ , равенство (38) не выполняется, то процесс расчета начинается с начала при  $\tau = 0$ . Описанная процедура расчета повторяется до выполнения равенства (38). По предложенному выше алгоритму проведено моделирование процесса дегазации при однородном распределении крошки каучука.

На рис. 12 приведена зависимость коэффициента массоотдачи от времени дегазации при оптимальных значениях мощности, концентрации и размеров крошки. С увеличением мощности на валу мешалки, при заданной концентрации и размерах крошки, коэффициент массоотдачи возрастает, так как уменьшается толщина пограничного слоя. На рис. 14 показана зависимость толщины пограничного слоя от времени дегазации при оптимальных величинах мощности  $N_0$  на валу мешалки, концентрации  $\psi_0$  и размеров крошки. Толщина пограничного слоя при оптимальных параметрах (рис. 14 кривая 3) с течением времени уменьшается быстрее за счет эффективного растворения хлористого метила при меньшем диаметре крошки каучука. Увеличение мощности приводит к возрастанию диссипации энергии и интенсивности турбулентности на границе слоя, что, естественно, приводит к уменьшению его толщины. На рис. 11 показана зависимость времени дегазации от мощности и концентрации крошки каучука, а на рис. 13 зависимость количества растворенного хлористого метила от времени дегазации при оптимальных значениях мощности и концентрации крошки. По рис. 13 легко определить количество растворенного хлористого метила при оптимальных параметрах аппарата. Для этого достаточно задать мощность и концентрацию крошки, по рис. 11 определить время дегазации  $\tau$ , а по рис. 13 при  $\tau$  количество растворенного хлористого метила. Сравнивая экспериментальные значения растворенного хлористого метила, полученных в заводских условиях (рис. 13 кривая 5), с расчетными, при оптимальных параметрах аппарата (рис. 13 кривая 4) после второй ступени дегазации при мощности  $N_0 = 28$  кВт,  $\psi = 4\%$  мас., время дегазации составляет 55 мин, производительность установки по хлористому метилу увеличивается на 8%.



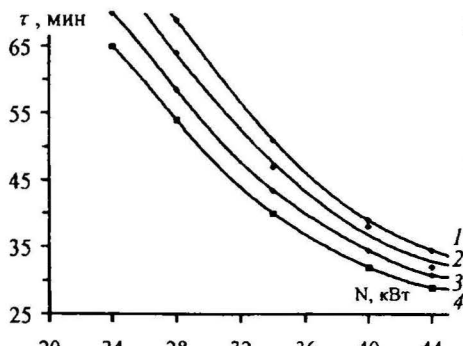


Рис. 11. Зависимость оптимального времени дегазации от мощности на валу двигателя и концентрации крошки каучука  $d_3=3\text{ мм}$ : 1-  $\psi_0=5.4\%$ мас.; 2-  $\psi_0=5\%$ мас.; 3-  $\psi_0=4.6\%$ мас.; 4-  $\psi_0=4\%$ мас.

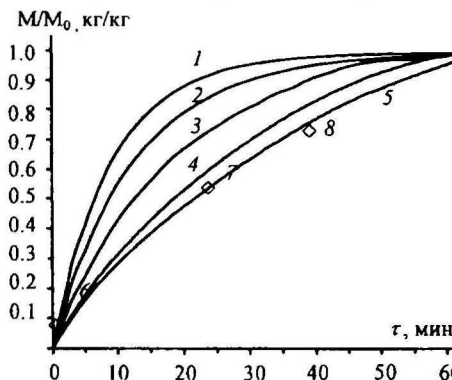


Рис. 13. Зависимость количества растворенного хлористого метила от времени дегазации и мощности на валу двигателя для 2-х последовательно установленных дегазаторов:  $V_{\text{раб}} = 80 \text{ м}^3$ ,  $v = 110 \text{ м}^3/\text{ч}$ ,  $\rho_{\text{ж}} = 977 \text{ кг/м}^3$ : 1-  $N_0=44 \text{ кВт}$ ,  $d_3=3 \text{ мм}$ ,  $\psi_0=5.4\%$ мас.; 2-  $N_0=36 \text{ кВт}$ ,  $d_3=3 \text{ мм}$ ,  $\psi_0=5\%$ мас.; 3-  $N_0=32 \text{ кВт}$ ,  $d_3=3 \text{ мм}$ ,  $\psi_0=4.6\%$ мас.; 4-  $N_0=28 \text{ кВт}$ ,  $d_3=3 \text{ мм}$ ,  $\psi_0=4\%$ мас.; 5-  $N_0=28 \text{ кВт}$ ,  $d_3=4 \text{ мм}$ ,  $\psi_0=4\%$ мас эксперимент; лабораторные: 6- начало процесса; 7- после I ступени; 8- после II ступени дегазации.

В приложении к диссертации приведены конструкции перемешивающих устройств, а также подробный фотоальбом, результатов экспериментального исследования при перемешивании крошки бутилового каучука.

### ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Для проведения экспериментальных исследований гидродинамики крошки каучука в воде создана экспериментальная установка, разработаны модели 12 типов перемешивающих устройств различной конструкции и внутренних устройств аппарата.

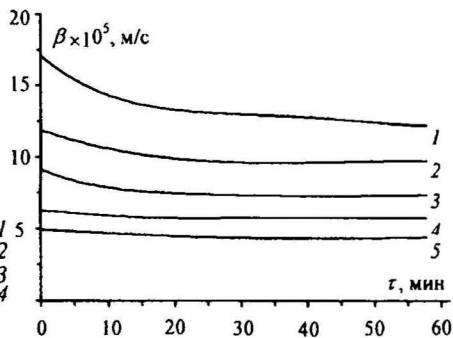


Рис. 12. Зависимость коэффициента массоотдачи от времени дегазации при оптимальной мощности на валу двигателя  $V_{\text{раб}} = 40 \text{ м}^3$ ,  $v = 110 \text{ м}^3/\text{ч}$ ,  $\rho_{\text{ж}} = 977 \text{ кг/м}^3$ : 1-  $N_0=44 \text{ кВт}$ ,  $\psi_0=5.4\%$ мас.; 2-  $N_0=36 \text{ кВт}$ ,  $\psi_0=5\%$ мас.; 3-  $N_0=32 \text{ кВт}$ ,  $\psi_0=4.6\%$ мас.; 4-  $N_0=28 \text{ кВт}$ ,  $\psi_0=4\%$ мас.; 5-  $N_0=24 \text{ кВт}$ ,  $\psi_0=3\%$ мас.

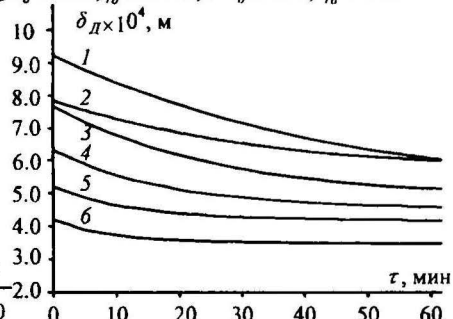


Рис. 14. Зависимость толщины диффузионного слоя от времени дегазации при оптимальной мощности на валу двигателя  $V_{\text{раб}} = 40 \text{ м}^3$ ,  $v = 110 \text{ м}^3/\text{ч}$ ,  $\rho_{\text{ж}} = 977 \text{ кг/м}^3$ ,  $\psi_0 = (\pi d_3^3 \rho_{\text{кр}}) / (6V \rho_{\text{ж}})$ : 1-  $N_0=24 \text{ кВт}$ ,  $d_3=4 \text{ мм}$ ,  $\psi_0=3\%$ мас.; 2- действующий аппарат  $N_0=28 \text{ кВт}$ ,  $d_3=4 \text{ мм}$ ,  $\psi_0=4\%$ мас.; 3-  $N_0=28 \text{ кВт}$ ,  $d_3=3 \text{ мм}$ ,  $\psi_0=4\%$ мас.; 4-  $N_0=32 \text{ кВт}$ ,  $d_3=3 \text{ мм}$ ,  $\psi_0=4.6\%$ мас.; 5-  $N_0=36 \text{ кВт}$ ,  $d_3=3 \text{ мм}$ ,  $\psi_0=5\%$ мас.; 6-  $N_0=44 \text{ кВт}$ ,  $d_3=3 \text{ мм}$ ,  $\psi_0=5.4\%$ мас.

2. Методом фотовидеосъемки проведено исследование гидродинамики движения каучука в аппаратах с перемешивающими устройствами различных стандартных конструкций, определены зависимости потребляемой мощности на перемешивание от концентрации крошки каучука в объеме жидкости. Показано, что ни одна из стандартных конструкций мешалок и аппаратов не дает однородного распределения крошки в объеме водной среды, отражательные перегородки, установленные по периметру не позволяют крошке погружаться на дно аппарата.

3. Предложены три варианта дегазаторов с перемешивающими устройствами новой конструкции и отражательной перегородкой, установленной на сферическом днище аппарата, защищенные патентами РФ. Экспериментальные испытания, разработанных конструкций дегазаторов показали однородное распределение крошки каучука в рабочем объеме аппарата, обеспечивая высокую поверхность массопереноса хлористого метила с поверхности крошки и сокращая возможность ее налипания на валу, лопатках мешалки и скопление в верхних слоях жидкости.

4. Методом вычислительной гидродинамики произведено моделирование полей скоростей жидкой фазы и крошки каучука, в аппаратах разработанной и действующей конструкции. Данные математического моделирования удовлетворительно согласуются с результатами фотовидеосъемки распределения крошки каучука в водной среде.

5. На основе концепции псевдоламинарного пограничного слоя проведена оценка гидродинамических и массообменных характеристик пограничного слоя. Получены уравнения и их аналитическое решение гидродинамики и массопереноса нестационарного псевдоламинарного пограничного слоя.

6. Сформулирована задача оптимизации процесса дегазации крошки каучука с целью максимизации производительности аппарата. На основе предложенного алгоритма проектирования определены оптимальные технологические параметры действующей системы двухступенчатой дегазации, их реализация приводит к повышению производительности процесса на 8%.

7. Предложенный метод оптимизации позволяет определить оптимальные конструктивные и технологические параметры промышленных аппаратов с мешалкой, обеспечивающие их максимальную производительность и предлагается при оптимизации широкого класса процессов массопереноса при перемешивании дисперсной фазы, плотность которой меньше плотности сплошной.

**Основные результаты диссертационной работы** представлены в публикациях. *В изданиях из перечня ВАК:*

1. Кириллов, Д. А. Гидродинамика и массоперенос в процессе дегазации крошки каучука / Д. А. Кириллов, В. И. Елизаров, Д. В. Елизаров // Вестник КГТУ – 2009. – №3 Ч.1, – С. 84–91.

2. Кириллов, Д. А. Оптимизация процесса дегазации крошки каучука способом реконструкции внутренних устройств аппарата / Д. А. Кириллов, В. В. Елизаров, Д. В. Елизаров // Изв. вузов. Химия и хим. технология. – 2011. – Т. 54. – №. 4. С. 104–109.

3. Дьяконов, С. Г. Кинетика растворения и роста элементов мелкодисперсной твердой фазы в аппаратах с перемешиванием / С. Г. Дьяконов, В. В. Елизаров, Д. В. Елизаров, Д. А. Кириллов // Теор. основы хим. технологии. – 2011. – Т. 45. – № 4. – С. 400–408.

4. Дьяконов, С. Г. Оптимизация процессов растворения и кристаллизации мелкодисперсной твердой фазы в аппаратах с перемешиванием / С. Г. Дьяконов, В. В. Елизаров, Д. В. Елизаров, Д. А. Кириллов // Теор. основы хим. технологии. – 2011. – Т. 45. – №5 - С. 529–540.

*Прочие публикации:*

5. Кириллов, Д. А. Моделирование массоотдачи в процессе дегазации крошки каучука / Д. А. Кириллов, Д. В. Елизаров, В. И. Елизаров // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-21. Сб. трудов XXI Международ. науч. конф. : в 10 т. ШМУ-13-1 Секция 1; под общ. ред. В.С. Балакирева. – Саратов : Изд-во Сарат. гос. технол. ун-та, 2008. – Т. 3. – С. 5–7.

6. Кириллов, Д. А. Исследование гидродинамики в процессе дегазации крошки каучука / Д. А. Кириллов, В. И. Елизаров, Д. В. Елизаров // Инновации и высокие технологии XXI века. Материалы всеросс. научно-практ. конф. : в 2 т. Секция 3; под общ. ред. В. И. Елизарова, М. А. Закирова. – Нижнекамск : Нижн. химико-технол. института (филиал) КИГУ, 2009. – Т. 1. – С. 231–234.

*Патенты:*

7 Пат. 85894 RU, 2009105046/22 Устройство аппарата для дегазации крошки каучука / В.И. Елизаров, Д.А. Кириллов, Д.В. Елизаров. – заявлено 13.02.2009; опубл. 20.08.2009, Бюл. № 23.

8 Пат. 85895 RU, 2009105049/22 Устройство аппарата для дегазации крошки каучука / В.И. Елизаров, Д.А. Кириллов, Д.В. Елизаров. – заявлено 13.02.2009; опубл. 20.08.2009, Бюл. № 23.

9 Пат. 85896 RU, 2009105050/22 Устройство аппарата для дегазации крошки каучука / В.И. Елизаров, Д.А. Кириллов, Д.В. Елизаров. – заявлено 13.02.2009; опубл. 20.08.2009, Бюл. № 23.

Подписано в печать 1 ноября 2011 г.

Форм. бум. 60X84 1/16 Печ. л. 1,12. Тираж 100. Заказ №44.

Отпечатано в редакционно-издательском отделе НХТИ (филиале)

ФГБОУ ВПО «КНИТУ»

Республика Татарстан, г. Нижнекамск, 423570, ул. 30 лет Победы, д. 5а.

